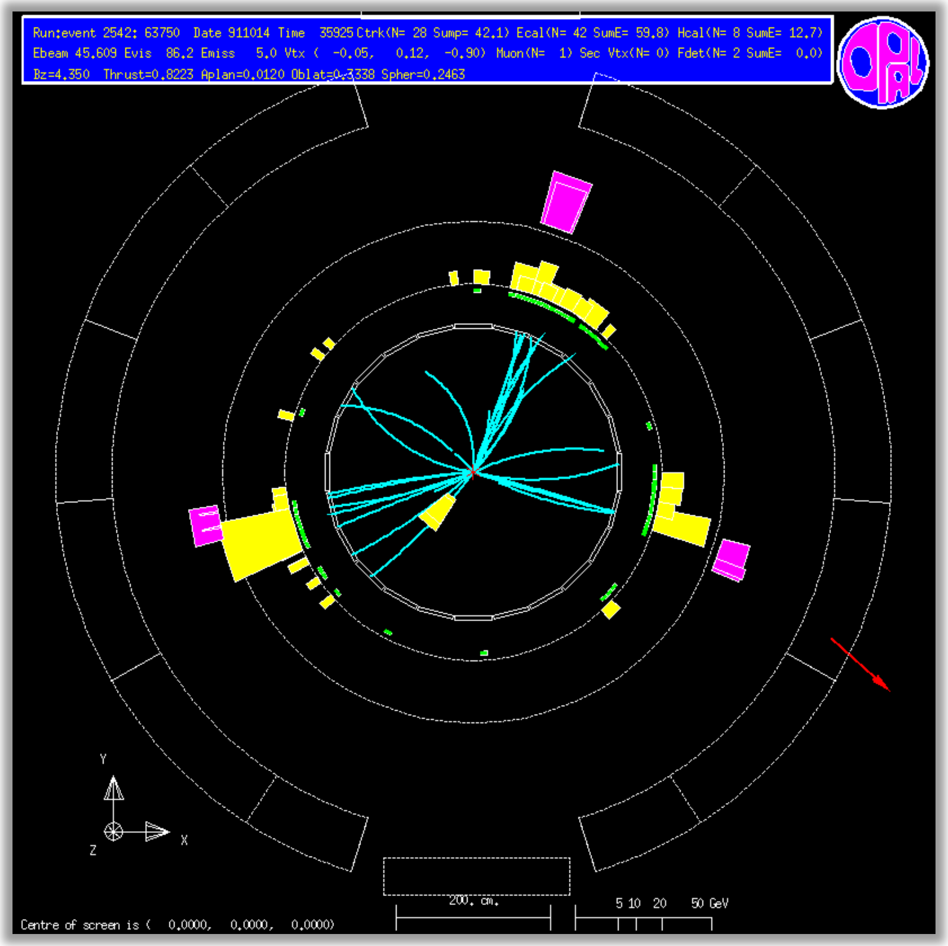
Hadronzápor hatáskeresztmetszetek nagy pontosságú számítása

Szőr Zoltán
Debreceni Egyetem
Kísérleti Fizikai Tanszék

Témavezető:
prof. Trócsányi Zoltán

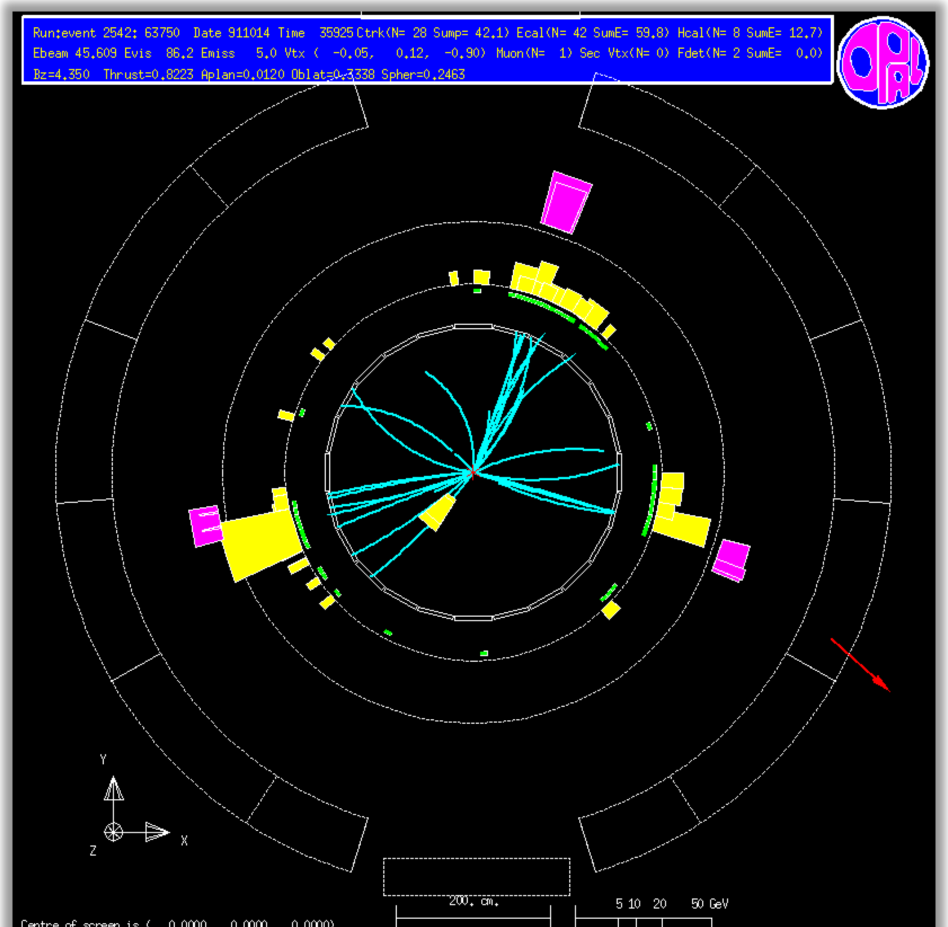
OTDK 2015
2015.április.16.

Hogy kerül a csizma az asztalra?

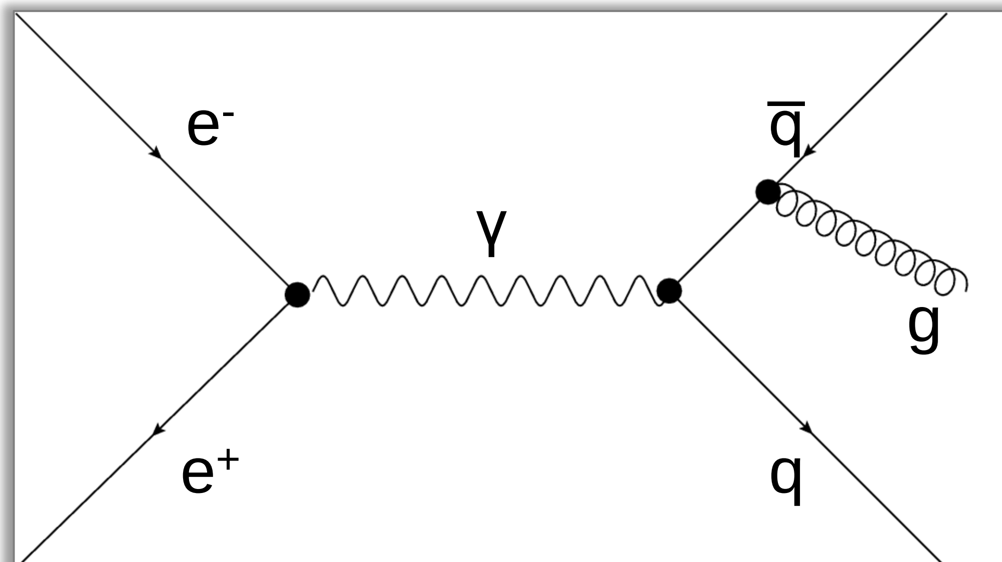


Kísérlet: LEP

Hogy kerül a csizma az asztalra?



Elmélet: QCD



Kísérlet: LEP

Kvantum-színdinamika

- Az erős kölcsönhatás kvantumelmélete

Kvantum-színdinamika

- Az erős kölcsönhatás kvantumelmélete
- Részecskék: kvarkok és gluonok (partonok)

Kvantum-színdinamika

- Az erős kölcsönhatás kvantumelmélete
- Részecskék: kvarkok és gluonok (partonok)
- Aszimptotikusan szabad elmélet →
  → csökkenő csatolás az energia növelésével

Kvantum-színdinamika

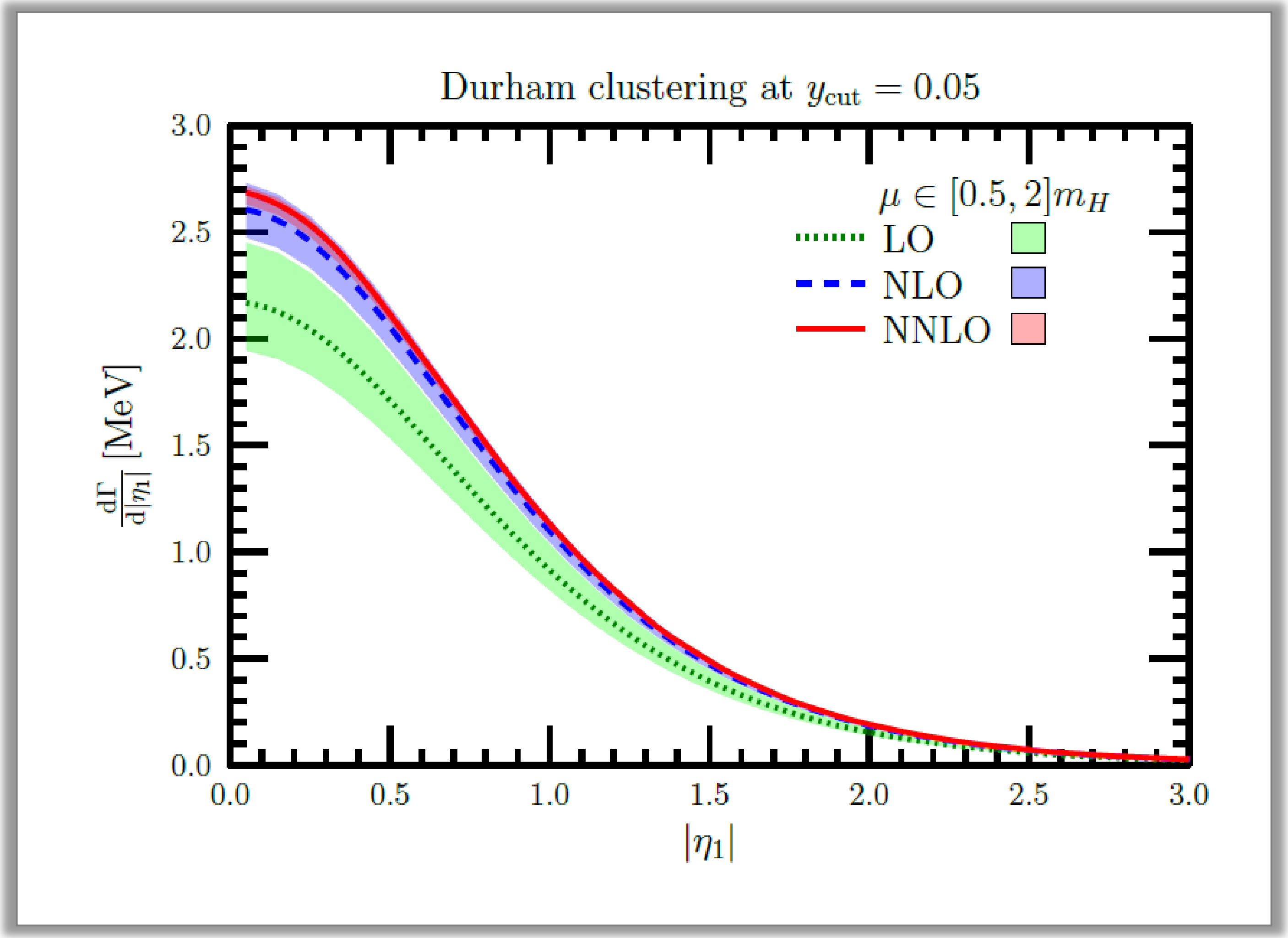
- Az erős kölcsönhatás kvantumelmélete
- Részecskék: kvarkok és gluonok (partonok)
- Aszimptotikusan szabad elmélet →
  → csökkenő csatolás az energia növelésével
- Számolás perturbációszámítással

Kvantum-színdinamika

- Az erős kölcsönhatás kvantumelmélete
- Részecskék: kvarkok és gluonok (partonok)
- Aszimptotikusan szabad elmélet →
  → csökkenő csatolás az energia növelésével
- Számolás perturbációszámítással
- Igazi perturbatív viselkedés csak első (NLO) és/vagy második (NNLO) sugárzási korrekciókkal
  (De a befektetendő munka egyre több)

Kvantum-színdinamika

- Higgs bomlás $\bar{b}b$ párba @ NNLO



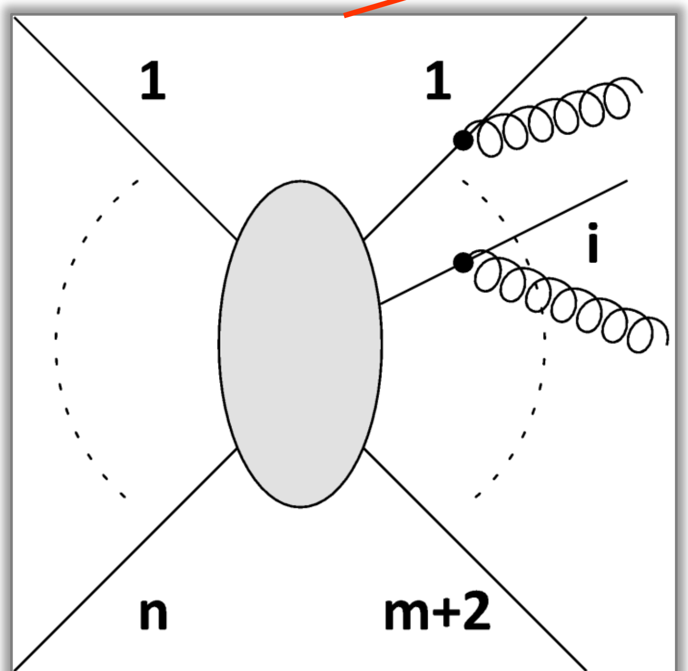
Del Duca et al. JHEP 1504 (2015) 036

Másodrendű sugárzási korrekciók

$$d\sigma_m^{NNLO} = d\sigma_{m+2}^{RR} J_{m+2} + d\sigma_{m+1}^{RV} J_{m+1} + d\sigma_m^{VV} J_m$$

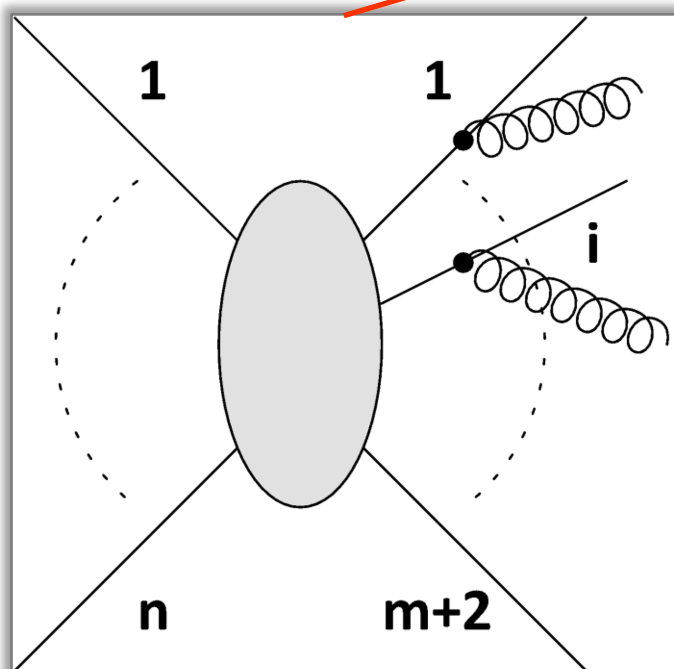
Másodrendű sugárzási korrekciók

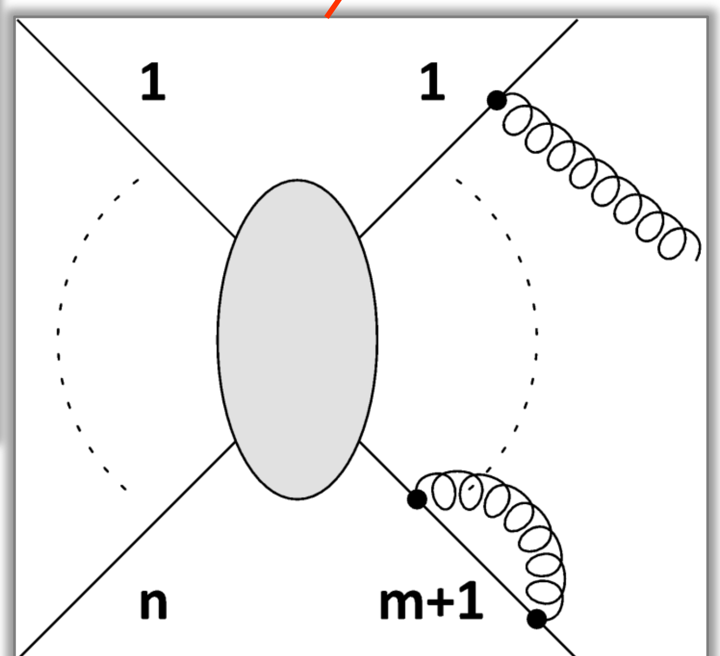
$$d\sigma_m^{NNLO} = d\sigma_{m+2}^{RR} J_{m+2} + d\sigma_{m+1}^{RV} J_{m+1} + d\sigma_m^{VV} J_m$$



Másodrendű sugárzási korrekciók

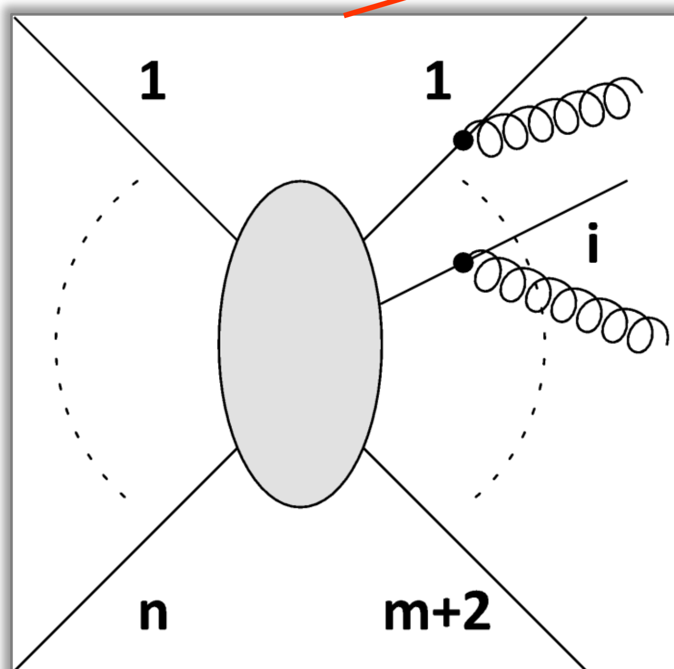
$$d\sigma_m^{NNLO} = d\sigma_{m+2}^{RR} J_{m+2} + d\sigma_{m+1}^{RV} J_{m+1} + d\sigma_m^{VV} J_m$$

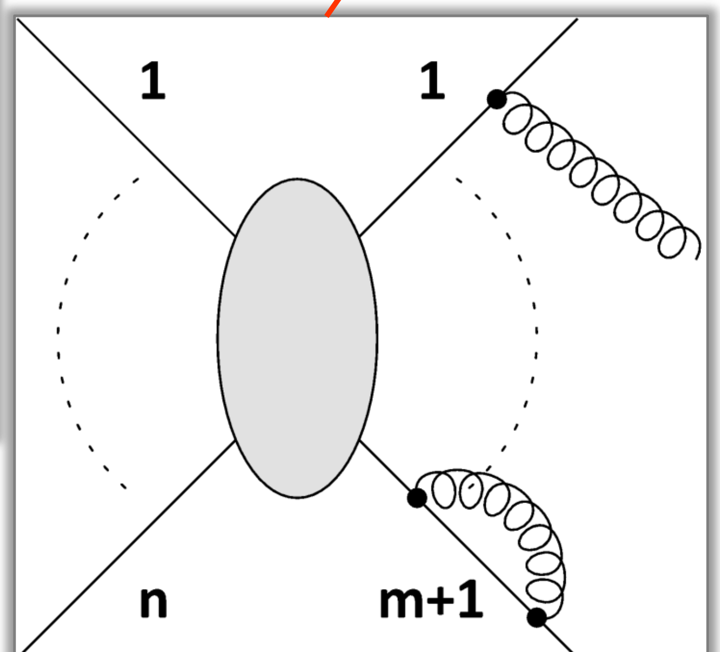


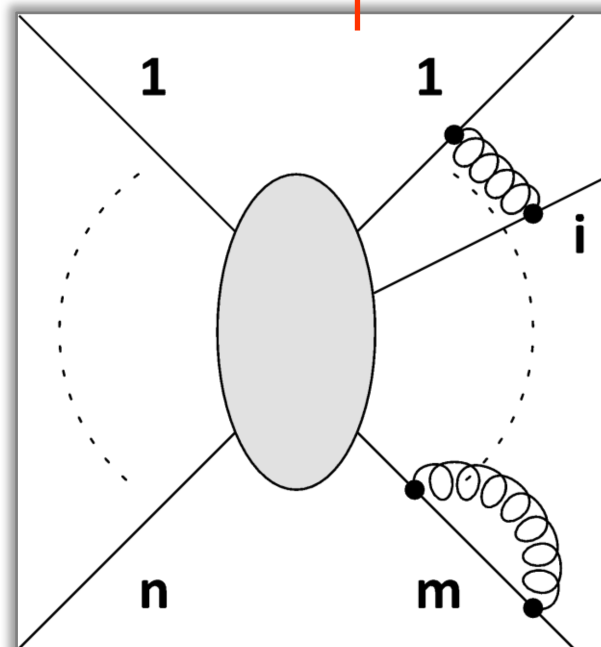


Másodrendű sugárzási korrekciók

$$d\sigma_m^{NNLO} = d\sigma_{m+2}^{RR} J_{m+2} + d\sigma_{m+1}^{RV} J_{m+1} + d\sigma_m^{VV} J_m$$



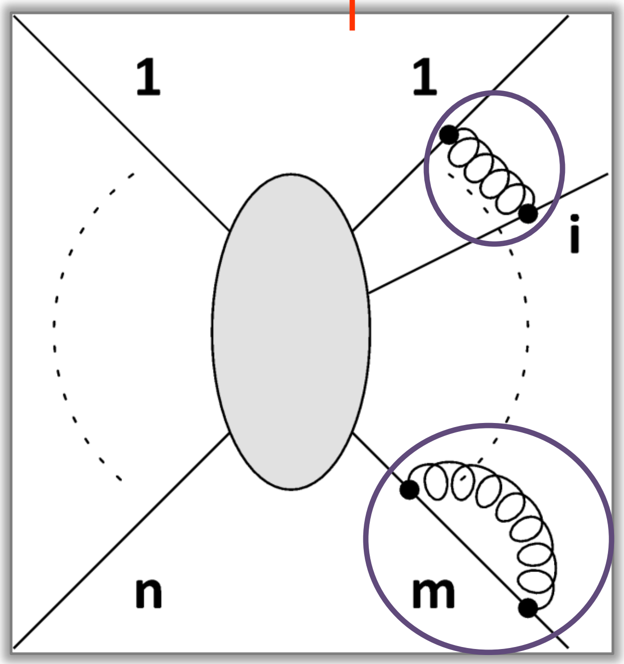




Másodrendű sugárzási korrekciók

$$d\sigma_m^{NNLO} = d\sigma_{m+2}^{RR} J_{m+2} + d\sigma_{m+1}^{RV} J_{m+1} + d\sigma_m^{VV} J_m$$

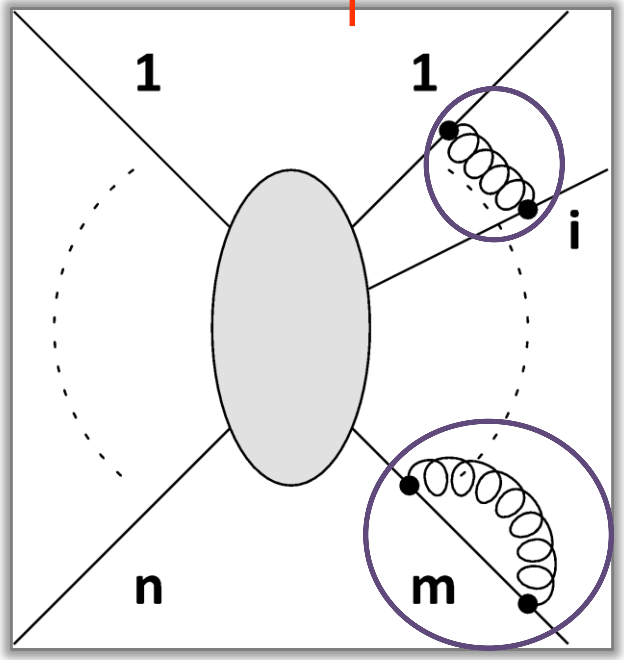
- UV szingularitások



Másodrendű sugárzási korrekciók

$$d\sigma_m^{NNLO} = d\sigma_{m+2}^{RR} J_{m+2} + d\sigma_{m+1}^{RV} J_{m+1} + d\sigma_m^{VV} J_m$$

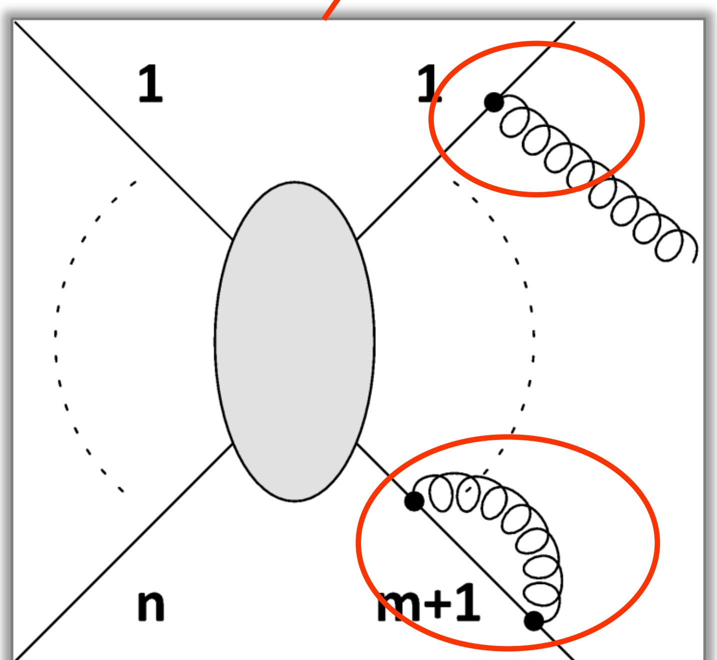
- UV szingularitások
- Renormálás – nem fizikai paraméterek fizikaivá tétele → jól definiált elmélet, az UV pólusok kiesnek



Másodrendű sugárzási korrekciók

$$d\sigma_m^{NNLO} = d\sigma_{m+2}^{RR} J_{m+2} + d\sigma_{m+1}^{RV} J_{m+1} + d\sigma_m^{VV} J_m$$

- IR szingularitások



Másodrendű sugárzási korrekciók

$$\int d\sigma_m^{NNLO} = \int d\sigma_{m+2}^{RR} J_{m+2} + \int d\sigma_{m+1}^{RV} J_{m+1} + \int d\sigma_m^{VV} J_m$$

- Kinoshita-Lee-Naunberg-tétel:
  a hatáskereszmetszet infravörös véges

Másodrendű sugárzási korrekciók

$$\int d\sigma_m^{NNLO} = \int d\sigma_{m+2}^{RR} J_{m+2} + \int d\sigma_{m+1}^{RV} J_{m+1} + \int d\sigma_m^{VV} J_m$$

- Kinoshita-Lee-Naunberg-tétel:
  a hatáskeresztmetszet infravörös véges

- d=4-2ε téridő dimenzióban értelmezett integrandusok, numerikusan nem integrálhatóak

Másodrendű sugárzási korrekciók

$$\int d\sigma_m^{NNLO} = \int d\sigma_{m+2}^{RR} J_{m+2} + \int d\sigma_{m+1}^{RV} J_{m+1} + \int d\sigma_m^{VV} J_m$$

- Kinoshita-Lee-Naunberg-tétel:
  a hatáskeresztmetszet infravörös véges

- d=4-2ε téridő dimenzióban értelmezett integrandusok, numerikusan nem integrálhatóak

- A tagok összegének újradefiniálása szükséges →levonási séma

Levonási séma: CoLorFul NNLO

- IR divergenciák eltávolítása levonási tagokkal:

$$\sigma^{\mathrm{NNLO}} = \int_{m+2} \mathrm{d}\sigma_{m+2}^{\mathrm{NNLO}} + \int_{m+1} \mathrm{d}\sigma_{m+1}^{\mathrm{NNLO}} + \int_{m} \mathrm{d}\sigma_{m}^{\mathrm{NNLO}} ,$$

$$\mathrm{d}\sigma_{m+2}^{\mathrm{NNLO}} = \left\{\mathrm{d}\sigma_{m+2}^{\mathrm{RR}} J_{m+2} - \mathrm{d}\sigma_{m+2}^{\mathrm{RR,A}_2} J_m - \left[\mathrm{d}\sigma_{m+2}^{\mathrm{RR,A}_1} J_{m+1} - \mathrm{d}\sigma_{m+2}^{\mathrm{RR,A}_{12}} J_m\right]\right\}_{\epsilon=0} , \quad (3.18)$$

$$\mathrm{d}\sigma_{m+1}^{\mathrm{NNLO}} = \left\{\left[\mathrm{d}\sigma_{m+1}^{\mathrm{RV}} + \int_1 \mathrm{d}\sigma_{m+2}^{\mathrm{RR,A}_1}\right] J_{m+1} - \left[\mathrm{d}\sigma_{m+1}^{\mathrm{RV,A}_1} + \left(\int_1 \mathrm{d}\sigma_{m+2}^{\mathrm{RR,A}_1}\right)^{\mathrm{A}_1}\right] J_m\right\}_{\epsilon=0} , \quad (3.19)$$

$$\mathrm{d}\sigma_{m}^{\mathrm{NNLO}} = \left\{\mathrm{d}\sigma_{m}^{\mathrm{VV}} + \int_2 \left[\mathrm{d}\sigma_{m+2}^{\mathrm{RR,A}_2} - \mathrm{d}\sigma_{m+2}^{\mathrm{RR,A}_{12}}\right] + \int_1 \left[\mathrm{d}\sigma_{m+1}^{\mathrm{RV,A}_1} + \left(\int_1 \mathrm{d}\sigma_{m+2}^{\mathrm{RR,A}_1}\right)^{\mathrm{A}_1}\right]\right\}_{\epsilon=0} J_m \quad (3.20)$$

Levonási séma: CoLorFul NNLO

- IR divergenciák eltávolítása levonási tagokkal:

$$\sigma^{\mathrm{NNLO}} = \int_{m+2} \mathrm{d}\sigma^{\mathrm{NNLO}}_{m+2} + \int_{m+1} \mathrm{d}\sigma^{\mathrm{NNLO}}_{m+1} + \int_{m} \mathrm{d}\sigma^{\mathrm{NNLO}}_{m} ,$$

$$\mathrm{d}\sigma^{\mathrm{NNLO}}_{m+2} = \left\{ \mathrm{d}\sigma^{\mathrm{RR}}_{m+2} J_{m+2} - \mathrm{d}\sigma^{\mathrm{RR,A_2}}_{m+2} J_m - \left[\mathrm{d}\sigma^{\mathrm{RR,A_1}}_{m+2} J_{m+1} - \mathrm{d}\sigma^{\mathrm{RR,A_{12}}}_{m+2} J_m \right] \right\}_{\epsilon=0} , \quad (3.18)$$

$$\mathrm{d}\sigma^{\mathrm{NNLO}}_{m+1} = \left\{ \left[\mathrm{d}\sigma^{\mathrm{RV}}_{m+1} + \int_1 \mathrm{d}\sigma^{\mathrm{RR,A_1}}_{m+2} \right] J_{m+1} - \left[\mathrm{d}\sigma^{\mathrm{RV,A_1}}_{m+1} + \left(\int_1 \mathrm{d}\sigma^{\mathrm{RR,A_1}}_{m+2} \right)^{\mathrm{A_1}} \right] J_m \right\}_{\epsilon=0} , \quad (3.19)$$

$$\mathrm{d}\sigma^{\mathrm{NNLO}}_{m} = \left\{ \mathrm{d}\sigma^{\mathrm{VV}}_{m} + \int_2 \left[\mathrm{d}\sigma^{\mathrm{RR,A_2}}_{m+2} - \mathrm{d}\sigma^{\mathrm{RR,A_{12}}}_{m+2} \right] + \int_1 \left[\mathrm{d}\sigma^{\mathrm{RV,A_1}}_{m+1} + \left(\int_1 \mathrm{d}\sigma^{\mathrm{RR,A_1}}_{m+2} \right)^{\mathrm{A_1}} \right] \right\}_{\epsilon=0} J_m \quad (3.20)$$

- Levonási tagok

Levonási séma: CoLorFul NNLO

- IR divergenciák eltávolítása levonási tagokkal:

$$\sigma^{\rm NNLO} = \int_{m+2} \mathrm{d}\sigma^{\rm NNLO}_{m+2} + \int_{m+1} \mathrm{d}\sigma^{\rm NNLO}_{m+1} + \int_{m} \mathrm{d}\sigma^{\rm NNLO}_{m}\,,$$

$$\mathrm{d}\sigma^{\rm NNLO}_{m+2} = \Big\{\mathrm{d}\sigma^{\rm RR}_{m+2} J_{m+2} - \mathrm{d}\sigma^{\rm RR,A_2}_{m+2} J_m - \Big[\mathrm{d}\sigma^{\rm RR,A_1}_{m+2} J_{m+1} - \mathrm{d}\sigma^{\rm RR,A_{12}}_{m+2} J_m\Big]\Big\}_{\epsilon=0}\,, \tag{3.18}$$

$$\mathrm{d}\sigma^{\rm NNLO}_{m+1} = \Big\{\Big[\mathrm{d}\sigma^{\rm RV}_{m+1} + \int_1 \mathrm{d}\sigma^{\rm RR,A_1}_{m+2}\Big] J_{m+1} - \Big[\mathrm{d}\sigma^{\rm RV,A_1}_{m+1} + \Big(\int_1 \mathrm{d}\sigma^{\rm RR,A_1}_{m+2}\Big)^{\rm A_1}\Big] J_m\Big\}_{\epsilon=0}\,, \tag{3.19}$$

$$\mathrm{d}\sigma^{\rm NNLO}_{m} = \Big\{\mathrm{d}\sigma^{\rm VV}_{m} + \int_2 \Big[\mathrm{d}\sigma^{\rm RR,A_2}_{m+2} - \mathrm{d}\sigma^{\rm RR,A_{12}}_{m+2}\Big] + \int_1 \Big[\mathrm{d}\sigma^{\rm RV,A_1}_{m+1} + \Big(\int_1 \mathrm{d}\sigma^{\rm RR,A_1}_{m+2}\Big)^{\rm A_1}\Big]\Big\}_{\epsilon=0} J_m \tag{3.20}$$

- Levonási tagok
- Integrált levonási tagok

Levonási séma: CoLorFul NNLO

- IR divergenciák eltávolítása levonási tagokkal:

$$\sigma^{\rm NNLO} = \int_{m+2} {\rm d}\sigma^{\rm NNLO}_{m+2} + \int_{m+1} {\rm d}\sigma^{\rm NNLO}_{m+1} + \int_{m} {\rm d}\sigma^{\rm NNLO}_{m} \,,$$

$${\rm d}\sigma^{\rm NNLO}_{m+2} = \Big\{ {\rm d}\sigma^{\rm RR}_{m+2} J_{m+2} - {\rm d}\sigma^{\rm RR,A_2}_{m+2} J_m - \Big[{\rm d}\sigma^{\rm RR,A_1}_{m+2} J_{m+1} - {\rm d}\sigma^{\rm RR,A_{12}}_{m+2} J_m \Big] \Big\}_{\epsilon=0} \,, \quad (3.18)$$

$${\rm d}\sigma^{\rm NNLO}_{m+1} = \Big\{ \Big[{\rm d}\sigma^{\rm RV}_{m+1} + \int_1 {\rm d}\sigma^{\rm RR,A_1}_{m+2} \Big] J_{m+1} - \Big[{\rm d}\sigma^{\rm RV,A_1}_{m+1} + \Big(\int_1 {\rm d}\sigma^{\rm RR,A_1}_{m+2} \Big)^{\rm A_1} \Big] J_m \Big\}_{\epsilon=0} \,, \quad (3.19)$$

$${\rm d}\sigma^{\rm NNLO}_{m} = \Big\{ {\rm d}\sigma^{\rm VV}_{m} + \int_2 \Big[{\rm d}\sigma^{\rm RR,A_2}_{m+2} - {\rm d}\sigma^{\rm RR,A_{12}}_{m+2} \Big] + \int_1 \Big[{\rm d}\sigma^{\rm RV,A_1}_{m+1} + \Big(\int_1 {\rm d}\sigma^{\rm RR,A_1}_{m+2} \Big)^{\rm A_1} \Big] \Big\}_{\epsilon=0} J_m \quad (3.20)$$

- Levonási tagok
- Integrált levonási tagok
- d=4 téridő dimenzióban számolható kifejezések

Levonási séma: CoLorFul NNLO

- IR divergenciák eltávolítása levonási tagokkal:

$$\sigma^{\rm NNLO} = \int_{m+2} {\rm d}\sigma^{\rm NNLO}_{m+2} + \int_{m+1} {\rm d}\sigma^{\rm NNLO}_{m+1} + \int_{m} {\rm d}\sigma^{\rm NNLO}_{m} \,,$$

$${\rm d}\sigma^{\rm NNLO}_{m+2} = \Big\{ {\rm d}\sigma^{\rm RR}_{m+2} J_{m+2} - {\rm d}\sigma^{\rm RR,A_2}_{m+2} J_m - \Big[{\rm d}\sigma^{\rm RR,A_1}_{m+2} J_{m+1} - {\rm d}\sigma^{\rm RR,A_{12}}_{m+2} J_m \Big] \Big\}_{\epsilon=0} \,, \quad (3.18)$$

$${\rm d}\sigma^{\rm NNLO}_{m+1} = \Big\{ \Big[{\rm d}\sigma^{\rm RV}_{m+1} + \int_1 {\rm d}\sigma^{\rm RR,A_1}_{m+2} \Big] J_{m+1} - \Big[{\rm d}\sigma^{\rm RV,A_1}_{m+1} + \Big(\int_1 {\rm d}\sigma^{\rm RR,A_1}_{m+2} \Big)^{\rm A_1} \Big] J_m \Big\}_{\epsilon=0} \,, \quad (3.19)$$

$${\rm d}\sigma^{\rm NNLO}_{m} = \Big\{ {\rm d}\sigma^{\rm VV}_{m} + \int_2 \Big[{\rm d}\sigma^{\rm RR,A_2}_{m+2} - {\rm d}\sigma^{\rm RR,A_{12}}_{m+2} \Big] + \int_1 \Big[{\rm d}\sigma^{\rm RV,A_1}_{m+1} + \Big(\int_1 {\rm d}\sigma^{\rm RR,A_1}_{m+2} \Big)^{\rm A_1} \Big] \Big\}_{\epsilon=0} J_m \quad (3.20)$$

- Duplán feloldatlan integrált levonási tag

Duplán feloldatlan integrált levonási tag

$$\int_2 \mathrm{d}\sigma_{m+2}^{\mathrm{RR,A}_2} = \mathrm{d}\sigma_m^{\mathrm{B}} \otimes \boldsymbol{I}_2^{(0)}(\{p\}_m;\epsilon)$$

Duplán feloldatlan integrált levonási tag

$$\int_2 \mathrm{d}\sigma^{\mathrm{RR,A}_2}_{m+2} = \mathrm{d}\sigma^{\mathrm{B}}_{m} \otimes \boldsymbol{I}^{(0)}_2(\{p\}_m;\epsilon)$$

$$I_{2C,i}, I_{2CS,i}, I_{2S,i}$$

integrálok lineáris kombinációjából

Duplán feloldatlan integrált levonási tag

$$\int_2 \mathrm{d}\sigma^{\mathrm{RR},\mathrm{A}_2}_{m+2} = \mathrm{d}\sigma^{\mathrm{B}}_{m} \otimes \boldsymbol{I}^{(0)}_{2}(\{p\}_m;\epsilon)$$

Nehezen számolható analitikusan és numerikusan egyaránt

$$I_{2C,i}, I_{2CS,i}, I_{2S,i}$$

integrálok lineáris kombinációjából

Duplán feloldatlan integrált levonási tag

$$\int_2 \mathrm{d}\sigma_{m+2}^{\mathrm{RR,A}_2} = \mathrm{d}\sigma_m^{\mathrm{B}} \otimes \boldsymbol{I}_2^{(0)}(\{p\}_m;\epsilon)$$

Nehezen számolható analitikusan és numerikusan egyaránt

Közelítés szükséges!

$$I_{2C,i}, I_{2CS,i}, I_{2S,i}$$

integrálok lineáris kombinációjából

Közelítés menete

- ~ 100 db multidimenziós integrál numerikus kiértékelése több ezer pontban
  - SecDec, Mathematica + Cuba

Közelítés menete

- ~ 100 db multidimenziós integrál numerikus kiértékelése több ezer pontban
  - SecDec, Mathematica + Cuba
- Számolások és az adatgyűjtés automatizálása
  - C++, python, shellscript

Közelítés menete

- ~ 100 db multidimenziós integrál numerikus kiértékelése több ezer pontban
  - SecDec, Mathematica + Cuba
- Számolások és az adatgyűjtés automatizálása
  - C++, python, shellscript
- Jelen: a folyamat gombnyomásra működik

Közelítés menete

- Illesztés legkisebb négyzetek módszerével
  - Illesztés Minuit2 és Mathematica segítségével

Közelítés menete

- Illesztés legkisebb négyzetek módszerével
  - Illesztés Minuit2 és Mathematica segítségével
- Mester integrál $\longrightarrow$ log · polinom

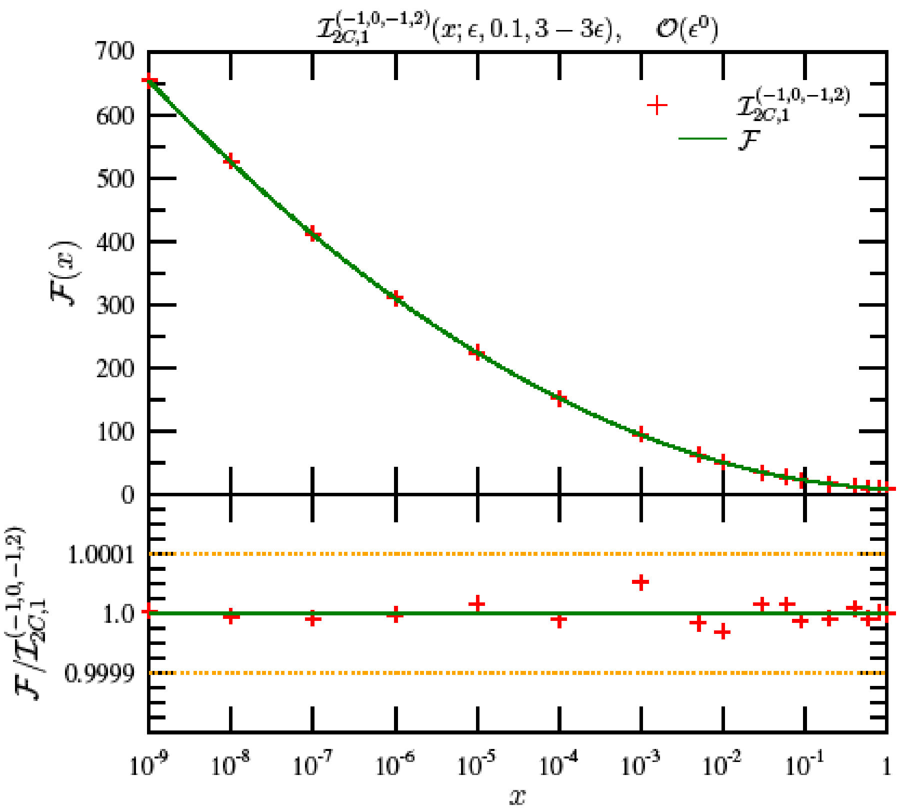
Közelítés menete

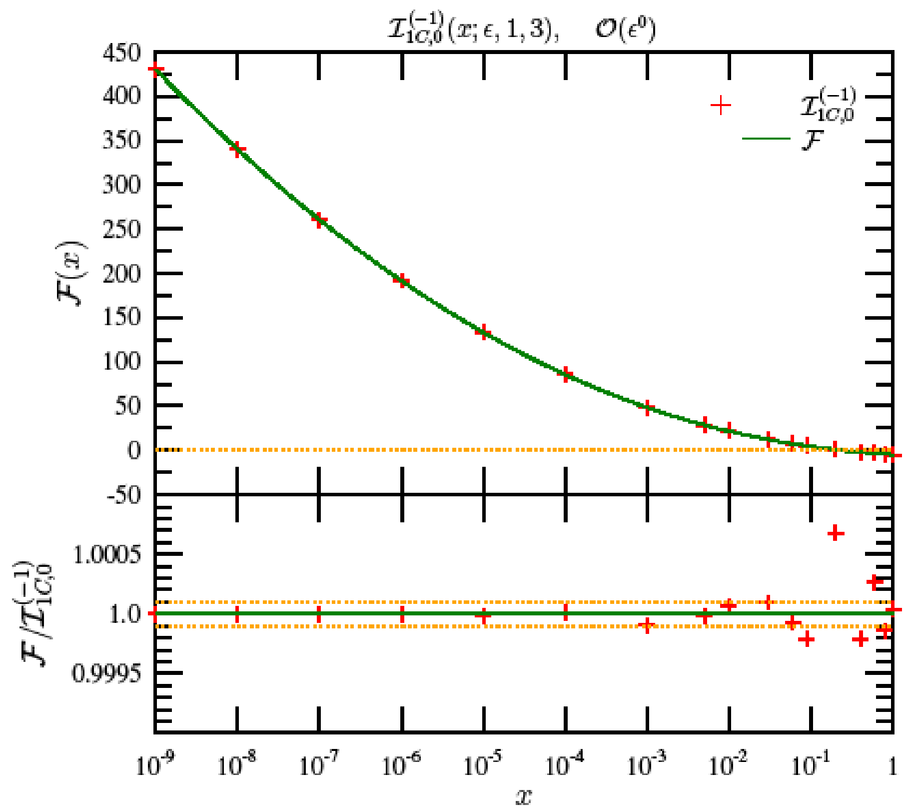
- Illesztés legkisebb négyzetek módszerével
  - Illesztés Minuit2 és Mathematica segítségével
- Mester integrál → log · polinom
- I_2 operátor felépítése
- $I_2(\varepsilon^{-2})$ nem-aszimptotikus rész → szimmetrikus polinom

Közelítés menete

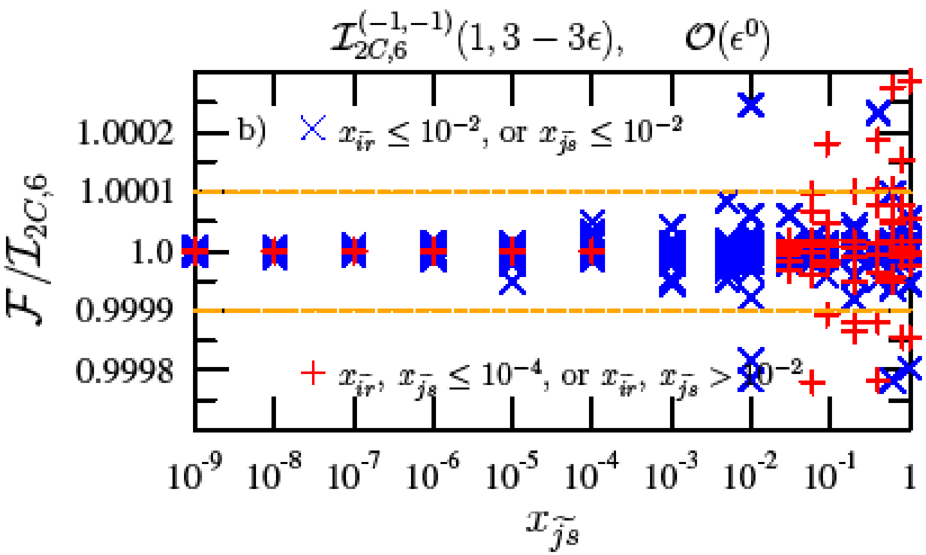
- Illesztés legkisebb négyzetek módszerével
  - Illesztés Minuit2 és Mathematica segítségével
- Mester integrál → log · polinom
- I_2 operátor felépítése
- $I_2(\varepsilon^{-2})$ nem-aszimptotikus rész → szimmetrikus polinom
- (Jelen: logaritmus + konstans elég jó közelítés a teljes fázistéren)

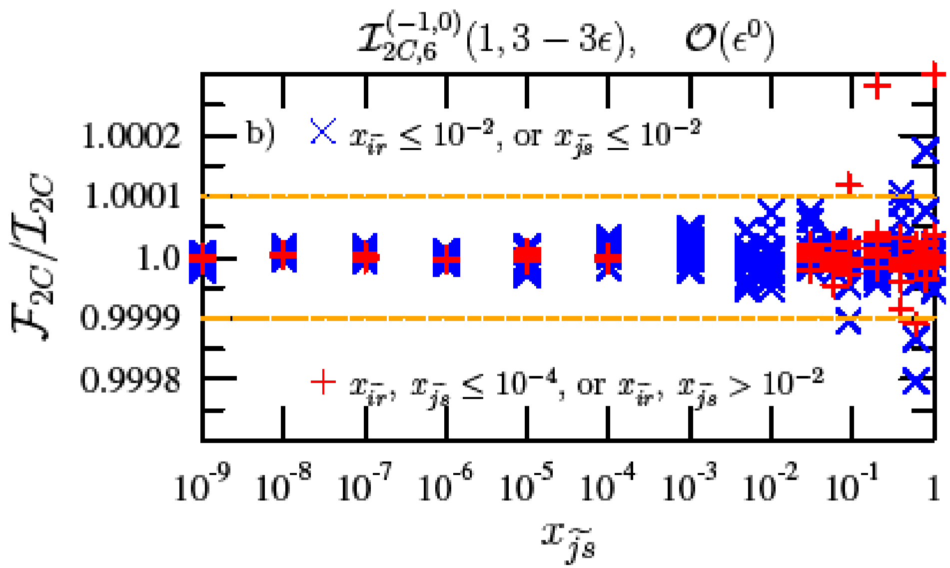
Mester integrálok illesztése I.

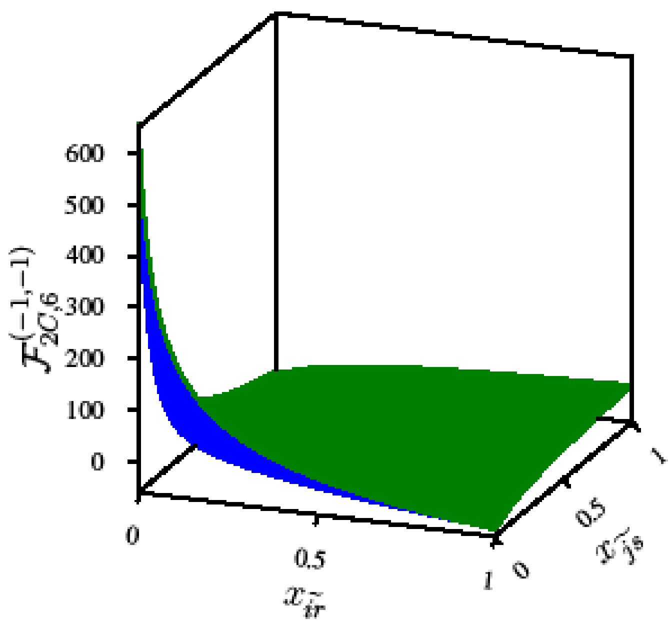


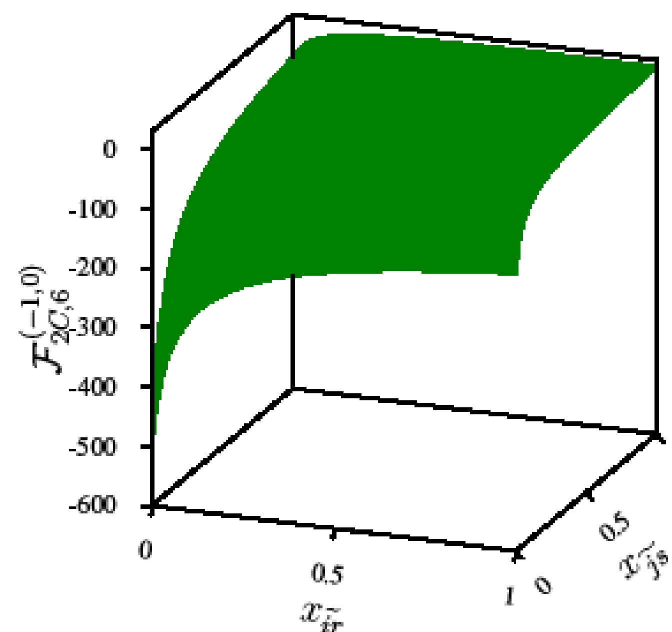


Mester integrálok illesztése II.

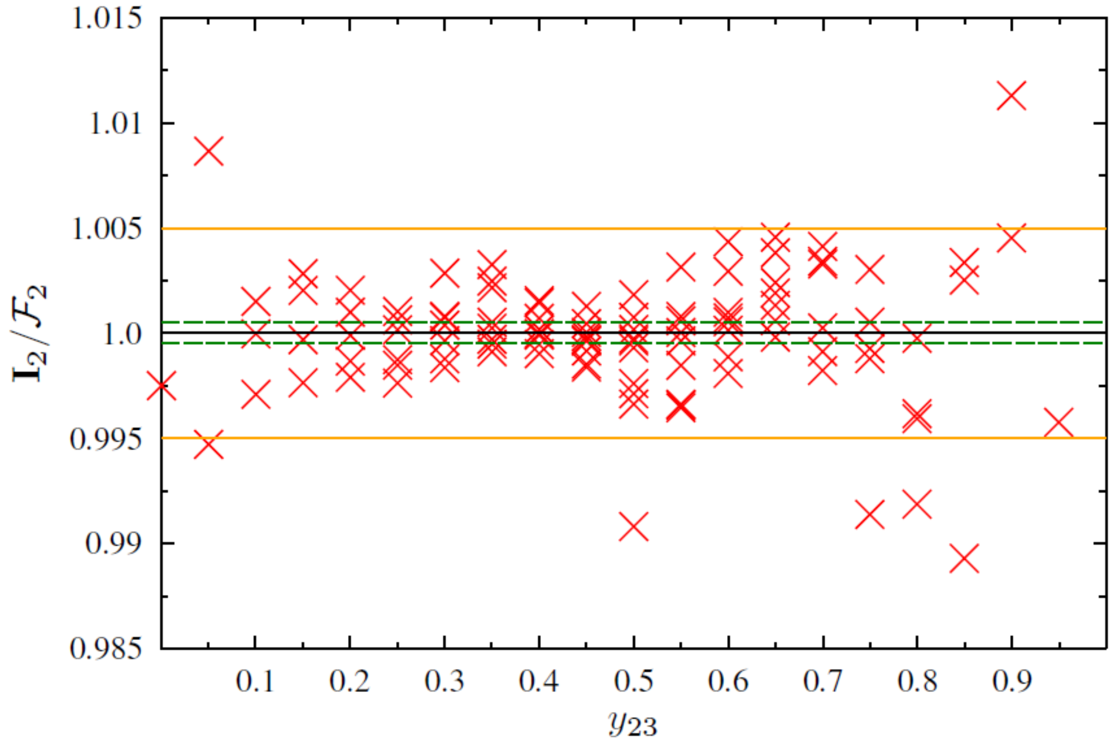




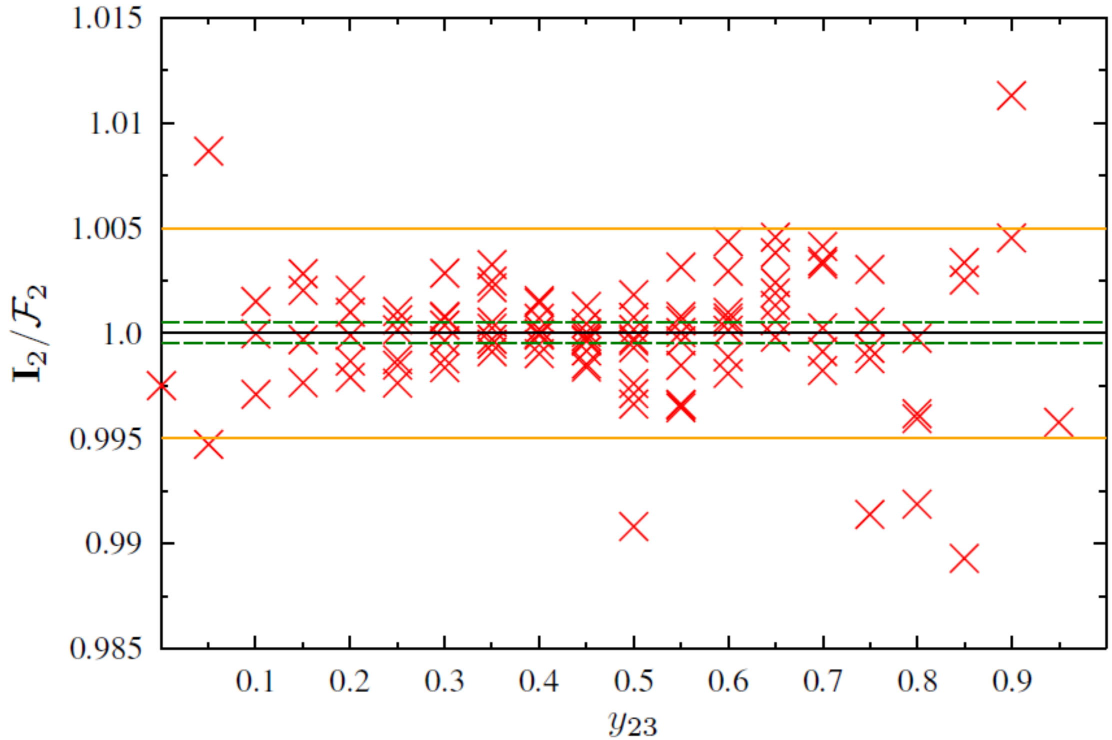




$I_2(\varepsilon^{-2})$ operátor illesztése 3 dzset esetén



$I_2(\varepsilon^{-2})$ operátor illesztése 3 dzset esetén



y_{13}	y_{23}	$\left(\boldsymbol{I}_2(\epsilon^{-2})\right)_{an}$	$\mathcal{F}$
0.341	0.23	68.80372524	68.88590685
0.11	0.021	109.0848365	108.5239647
0.45	0.45	22.17613520	22.20468108
0.0034	0.95333	47.43013672	46.89883055

Összefoglalás

- Sikeresen alkalmazható közelítés:

Összefoglalás

- Sikeresen alkalmazható közelítés:
  - Mester integrálok: 10^{-4} relatív pontosság
  - $I_2(\varepsilon^{-2})$ operátor: $5 \cdot 10^{-3} – 10^{-2}$ relatív pontosság

Összefoglalás

- Sikeresen alkalmazható közelítés:
  - Mester integrálok: 10^{-4} relatív pontosság
  - $I_2(\varepsilon^{-2})$ operátor: $5 \cdot 10^{-3} - 10^{-2}$ relatív pontosság
- Véges részhez ez is elegendő

Összefoglalás

- Sikeresen alkalmazható közelítés:
  - Mester integrálok: 10^{-4} relatív pontosság
  - $I_2(\varepsilon^{-2})$ operátor: $5 \cdot 10^{-3} - 10^{-2}$ relatív pontosság
- Véges részhez ez is elegendő
- Jelen állás szerint azonban tudunk jobbat

Köszönöm a figyelmet!